

máthēma

n° 5 - Janvier 2026



Sauf exception (graphiques, couvertures de livres, logos officiels, images historiques), les images de la présente édition ont été générées à l'aide de l'intelligence artificielle.

Rédaction, montage et infographie :
Maxime Savary
(maxime.savary@clafleche.qc.ca)

NUMÉRO

DANS CE

Mot de Maxime 02

Espoirs numériques 03

Il était une fois...

À la racine du calcul 12

Des chiffres et des lettres 17

Refaire ses exercices : pour
apprendre ou se rassurer ? 20

À lire et à écouter 25

Le défi 28

ÉDITIONS PRÉCÉDENTES
DISPONIBLES VIA [CE LIEN](#).

MOT DE MAXIME

Bonne année 2026 à vous tous ! Que les mois à venir soient remplis de découvertes intéressantes, de clins d'œil mathématiques et, pourquoi pas, de quelques petits moments de grâce intellectuelle entre deux cafés.



En regardant un peu en arrière, je suis vraiment content du chemin parcouru par *máthēma* en 2025. La revue a tranquillement trouvé sa voix, et vous êtes de plus en plus nombreux à me faire des retours – ça me fait chaud au cœur et ça me confirme qu'il y a un vrai intérêt pour ce type de contenu.

L'année a permis d'explorer toutes sortes de sujets, de poser les bases solides du projet, et même de le faire connaître un peu plus largement. J'ai notamment eu la chance de présenter *máthēma* à des collègues d'ici et d'ailleurs au Québec lors d'une journée sur la culture – un moment très motivant.

Le défi de 2026 ? Faire voyager la revue encore un peu plus loin. Et c'est là que vous entrez en jeu. Si vous aimez ce que vous lisez, n'hésitez pas à faire circuler les numéros, à en parler autour de vous, à les envoyer à des amis, des profs, des curieux. Dans un monde où les algorithmes nous proposent toutes sortes de contenus, il y a sans l'ombre d'un doute une place pour un projet comme celui-ci : modeste, rigoureux, et franchement passionné par l'idée de rendre les maths vivantes et accessibles.

Et si jamais vous avez des idées de thèmes, des pistes à creuser ou des idées folles pour diffuser *máthēma* plus largement, je suis toujours preneur. Vous pouvez m'écrire à maxime.savary@clafleche.qc.ca.

Alors voilà : que vous écriviez 2026 en chiffres romains (MMXXVI), en binaire (11111101010*), ou base 60 comme les Babyloniens (33;46*), je vous souhaite que cette année soit remplie de belles trouvailles mathématiques !

* Les deux derniers t'intriguent ? **Voir ici**.

Maxime
(bureau 330)

ESPOIRS NUMÉRIQUES



À chaque nouvelle édition de cette revue, une même question me trotte dans la tête quand vient le moment d'écrire le texte principal : comment parler d'un sujet du quotidien sans tomber dans un cours de maths pur et dur qui ferait fuir même les plus braves ?

Parfois, certains concepts nécessitent quand même un petit détour par une formule ou deux, histoire de vraiment comprendre de quoi il retourne. Mais le thème d'aujourd'hui ne joue pas dans cette cour-là. Il est d'une simplicité désarmante, et surtout, on l'utilise tout le temps – souvent sans même s'en rendre compte. Ce concept, aussi discret qu'astucieux, s'appelle **l'espérance mathématique**. Et il est aussi proche de la moyenne que Tintin l'est de Milou.

L'espérance, avant d'être une formule, c'est un réflexe humain. C'est ce que notre cerveau fait automatiquement dès qu'un choix implique un soupçon d'incertitude. Un peu comme un calculateur invisible qui tourne en arrière-plan.

Prenons un exemple. Vous êtes en voiture. Vous avez deux options pour vous rendre à destination. L'autoroute, rapide mais souvent congestionnée, ou la route de campagne, plus tranquille mais plus lente. Instinctivement, vous faites le calcul : « Est-ce que je tente ma chance avec les bouchons ou je mise sur la constance bucolique ? » Félicitations : vous venez d'utiliser l'espérance sans le savoir.

Même chose pour l'étudiant qui se demande s'il doit étudier un chapitre « juste au cas où ». L'effort en vaut-il la chandelle ? Il évalue mentalement le coût de l'étude contre le potentiel de tomber pile sur un test surprise. Encore une fois, l'espérance est à l'œuvre.

LES JEUX DE HASARD : QUAND LE HASARD A BON DOS

Les jeux de hasard sont parfaits pour illustrer le concept. Ils permettent de bien faire la différence entre ce qui peut arriver une fois... et ce qui arrivera en moyenne sur le long terme.

Inventons un petit jeu : Vous lancez un dé.

- Si vous obtenez 1, 2, 3 ou 4, vous gagnez 4 \$.
- Si vous tombez sur 5 ou 6, vous perdez 10 \$.



Alors ? Bonne affaire ou arnaque subtile ?

Faisons les comptes :

- Gagner 4 \$ a une chance sur six de se produire quatre fois, ce qui équivaut à une probabilité de 4/6.
- Perdre 10 \$ a seulement une probabilité de 2/6 de survenir.

L'espérance se calcule ainsi :

$$\begin{aligned} \textbf{Espérance} &= (\text{Résultat 1}) \times (\text{Probabilité que le résultat 1 se produise}) \\ &\quad + (\text{Résultat 2}) \times (\text{Probabilité que le résultat 2 se produise}) \\ &\quad + \dots \end{aligned}$$

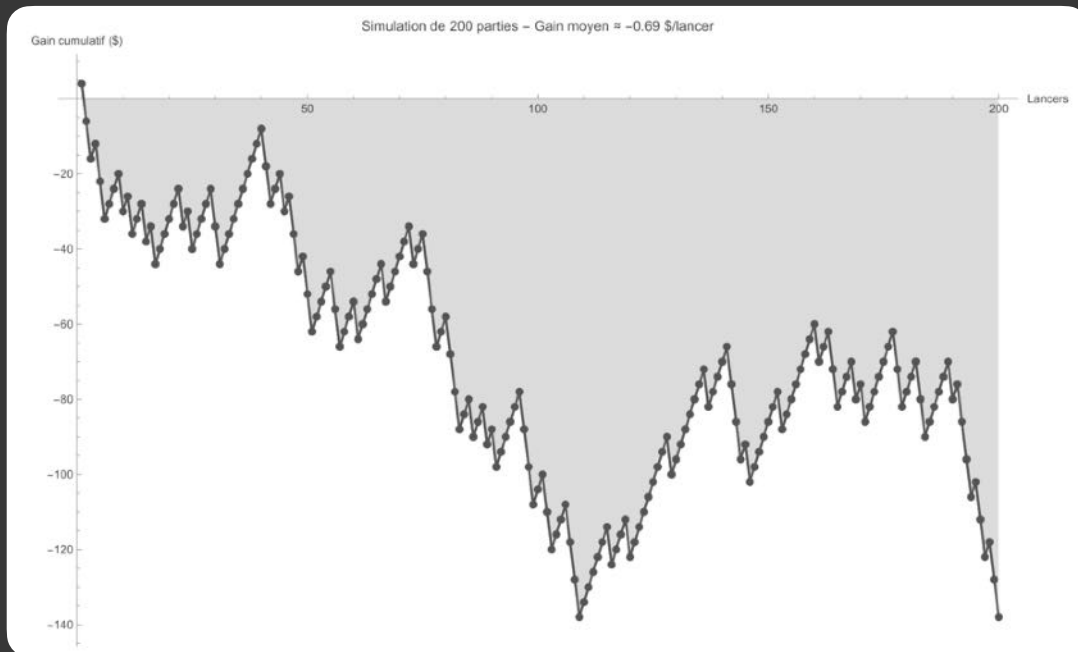
Ainsi, dans notre exemple, l'espérance (du joueur) se calcule ainsi :

$$\text{Espérance} = 4 \$ \times (4/6) + (-10 \$) \times (2/6) = -0,67 \$$$

Autrement dit, chaque fois que vous jouez, vous perdez **en moyenne** 67 cents. Ce n'est pas visible à l'œil nu : vous ne verrez jamais un ticket vous faire perdre « seulement » 67 cents. Mais si vous jouez 1 000 fois... le trou dans votre portefeuille, lui, sera bien réel et avoisinera les 670\$.

Vous pourriez tout à fait gagner trois fois d'affilée et penser que le jeu vous est favorable. Mais sur le long terme, ce jeu vous grignote discrètement, coup après coup.

Voyez d'ailleurs de manière visuelle le comportement des gains après une simulation informatique de 200 parties de ce même jeu :



On remarque l'alternance des parties avec gains et avec pertes. Après 200 essais, la perte moyenne s'élève, dans cette simulation, à 69 cents par lancer pour une perte totale d'environ 140\$

Comprendre l'espérance est à la base du modèle économique des casinos, loteries et autres jeux brillants aux couleurs vives : tous sont conçus avec une espérance négative pour vous. Si ce n'était pas le cas, les machines à sous seraient rangées depuis longtemps, et les casinos auraient été remplacés par des salons de tricot. Pas surprenant qu'au casino on vous offre boissons et petites collations : plus longtemps vous y restez, plus celui-ci empoche.

Alors oui, vous pouvez jouer. Mais si, par miracle, vous gagnez... fuyez ! Tout. De. Suite. L'erreur la plus fréquente est de croire que la malchance accumulée finira par « se retourner ». Malheureusement, ce n'est pas ainsi que les choses fonctionnent. Les probabilités ne se sentent pas coupables.

LES ASSURANCES :

LE MÊME PRINCIPE EN VESTON-CRAVATE

Passons à un domaine plus sérieux : les assurances. Soulevé par un élan de naïveté, on pourrait croire qu'elles sont basées sur des valeurs nobles, comme la solidarité ou la protection du prochain. Mais sous le capot, c'est l'espérance qui fait tourner le moteur. Comment diable un assureur arrive-t-il à payer de très gros montants sans préavis tout en restant rentable ?

Prenons un exemple concret. Une personne de 50 ans souscrit une assurance-vie de 100 000 \$. L'assureur, lui, estime que la probabilité qu'elle décède dans l'année est de 2 %. Il se dit donc : « Hmm... j'ai là un risque de perte qu'il me faut compenser. »

Il facturera alors à cette personne 175 \$ par mois, soit 2 100 \$ par an (ou tout autre montant supérieur 2000 \$). De cette manière, l'espérance mathématique (de l'assureur) liée à cette situation est maintenant :

$$-100\,000 \$ \times 2 \% + 2\,100 \$ \times 98 \% = 58 \$.$$

Résultat : sur ce contrat, l'assureur gagne 58 \$ en moyenne, tout en gardant une image de protecteur bienveillant. Et s'il applique ce raisonnement à des milliers de contrats, les petits gains moyens deviennent rapidement de très gros profits.

De cette manière, chaque nouveau contrat signé, même s'il vient avec le risque bien réel d'un important débours, apporte à l'assureur un profit répété au fil des ans (alors que vous, vous ne mourrez qu'une seule fois !). Et n'oublions pas que plusieurs conditions feront augmenter le coût des assurances : votre âge, votre santé, votre emploi, etc. C'est d'ailleurs exactement pour cette raison que les jeunes hommes de 25 ans et moins qui conduisent une Honda Civic rouge modifiée paient bien plus cher que leur jeune soeur de 19 ans qui utilise la Toyota Camry beige familiale.

LES GARANTIES PROLONGÉES : QUAND ON VOUS VEND LA PAIX D'ESPRIT... À PRIX RENTABLE

Situation familière : vous achetez un grille-pain. Le caissier vous fixe droit dans les yeux et vous propose solennellement une garantie prolongée à 8 \$ qui couvre tout, même les caprices du destin. Vous hésitez. 8\$, ce n'est pas cher... et puis, on ne sait jamais, non ? Justement. On ne sait jamais – et c'est exactement ce qui fait fonctionner ce mécanisme.

Disons que le grille-pain vaut 100 \$ et que la probabilité qu'il vous lâche est de 3%. Pour le marchand, il s'agit d'un risque de perdre 100 \$ s'il doit vous remplacer l'appareil. Comment le maigre 8 \$ demandé pourra suffire ? Calculons!

Espérance (du marchand) = $-100 \$ \times 3 \% + 8 \$ \times 97 \% = 4,76 \$$

Donc pour chaque garantie vendue, le commerçant empoche presque 5 \$ en moyenne, en plus de vous avoir vendu le grille-pain. Pas mal, non ?

Les garanties prolongées sont souvent critiquées... mais si elles existent encore, c'est parce qu'elles sont redoutablement rentables. Et que nous, consommateurs, continuons à les acheter.

LES ABONNEMENTS : LÀ OÙ L'ENTHOUSIASME SE FAIT PIÉGER PAR LA RÉALITÉ



Prenons un forfait de ski à 600 \$. Sur le papier, il est rentabilisé après 10 sorties. En octobre, au moment de l'achat, vous vous voyez déjà, skis aux pieds, dévalant chaque fin de semaine les pentes poudreuses comme si demain n'existait pas.

Puis vient janvier. Vous êtes enrhumé, les études reprennent, vos parents insistent pour que vous soyez présents pour les 50 ans de votre tante Nicole et soudain... vous ne faites que six sorties.

Ce genre de scénario n'a rien d'exceptionnel. Il est même prévu dans le calcul du gestionnaire de la station. Si seulement 20 % des abonnés rentabilisent leur forfait, il suffit que les 80 % restants ne le fassent pas pour que l'espérance soit favorable à la station.

Même logique pour les salles de sport. On capitalise sur votre enthousiasme de début janvier... et sur l'absence de ce dernier dès février, mois au-delà duquel seuls quelques motivés de la fonte seront présents de manière régulière tout le reste de l'année.

L'ESPÉRANCE EST PARTOUT, MÊME DANS LES AVIONS

L'espérance mathématique est un ninja du quotidien. Discrète, efficace, toujours là où on ne l'attend pas.

Prenez les compagnies aériennes. Elles pratiquent le *surbooking* (surréservation), c'est-à-dire vendre plus de billets que de sièges disponibles. Ce n'est pas de l'optimisme aveugle, c'est un calcul d'espérance. Une petite minorité de passagers rate son vol ? Tant mieux. L'avion part plein. Et si, exceptionnellement, il y a trop de monde... on compense un ou deux voyageurs. Le risque est maîtrisé, et les gains, eux, bien réels.

Bref, ouvrez l'œil. L'espérance se cache dans vos décisions, vos contrats, vos achats. L'identifier, c'est déjà gagner en lucidité.

Et qui sait ? Peut-être qu'avec un peu d'entraînement, vous deviendrez un expert de l'espérance mathématique. Ce qui, en moyenne, est une très bonne idée.

L'EXTRA : ET SI L'ESPÉRANCE SERVAIT AUSSI À PARLER DE DIEU ?

Au XVII^e siècle, bien avant les casinos clinquants et les garanties prolongées, **Blaise Pascal** s'est servi d'un raisonnement très proche de l'espérance mathématique pour aborder une question autrement plus vertigineuse : faut-il croire en Dieu ?

Pascal part d'un constat étonnamment moderne : *on ne peut ni prouver que Dieu existe, ni prouver qu'il n'existe pas*. La raison est impuissante à trancher. Mais, ajoute-t-il, l'être humain n'a pas la possibilité de suspendre indéfiniment son jugement. Vivre comme si Dieu existait ou comme s'il n'existait pas, c'est déjà faire un choix.

Il propose alors un raisonnement qui ressemble beaucoup à un tableau de gains :

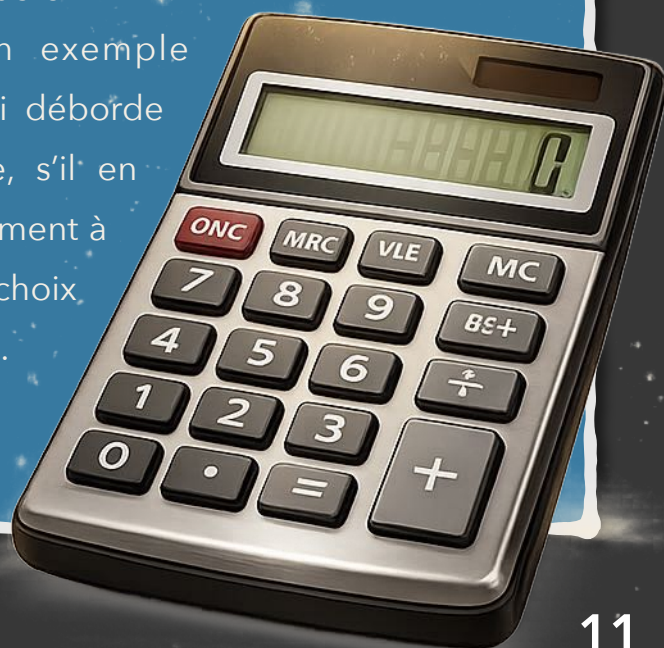
- Si Dieu existe et que vous croyez → gain immense (la vie éternelle).
- Si Dieu existe et que vous ne croyez pas → perte immense.
- Si Dieu n'existe pas et que vous croyez → perte limitée (quelques contraintes de vie).
- Si Dieu n'existe pas et que vous ne croyez pas → gain limité ou nul.

Pascal ne parle pas de probabilités chiffrées, encore moins de formules. Mais la logique est limpide : **un gain potentiellement infini, même très improbable, pèse plus lourd dans la balance qu'une perte finie et certaine**. Autrement dit, si l'on raisonne en termes d'espérance, croire est le pari le plus avantageux.

Attention : Pascal ne prétend pas *prouver* l'existence de Dieu. Son raisonnement n'est pas théologique, mais pragmatique. Il ne dit pas « Dieu existe », il dit plutôt : *si vous devez miser sans information décisive, regardez les conséquences possibles*.

Le plus fascinant, peut-être, est que ce raisonnement – vieux de plus de trois siècles – est exactement celui que nous utilisons aujourd'hui pour justifier des assurances contre des risques rares mais catastrophiques, ou des politiques de précaution face à des scénarios extrêmes. Pascal n'utilisait pas encore l'expression *espérance mathématique*, mais il en avait clairement compris la puissance.

Que l'on adhère ou non à sa conclusion religieuse, le pari de Pascal reste un exemple remarquable d'une idée mathématique qui déborde largement de son cadre d'origine. Preuve, s'il en fallait une, que l'espérance ne sert pas seulement à analyser des jeux... mais aussi à penser des choix fondamentaux lorsque l'incertitude est totale.



IL ÉTAIT UNE FOIS...

À LA RACINE DU CALCUL

Située entre le Tigre et l'Euphrate, dans une région au sol exceptionnellement fertile, la Mésopotamie est souvent présentée comme le berceau de la civilisation. Selon les connaissances actuelles, c'est dans la région de Sumer qu'aurait émergé l'écriture. Celle-ci aurait d'abord pris la forme de jetons d'argile représentant des objets ou des quantités. Rapidement, ces jetons furent remplacés par leur représentation dessinée sur des tablettes, elles aussi en argile. L'écriture, d'abord très picturale, évolua ensuite pour des raisons pratiques vers une forme plus stylisée que l'on nomme aujourd'hui écriture cunéiforme – une écriture faite de signes en forme de coins.



Dans ce système, deux symboles sont utilisés principalement pour écrire les nombres : un clou, qui représente l'unité, et un chevron, qui vaut dix. À partir de ces signes simples, les scribes mésopotamiens pouvaient déjà effectuer des calculs étonnamment sophistiqués.

Les Babyloniens, civilisation majeure de la Mésopotamie, ne comptaient pas en base dix comme nous, mais en base soixante, un système appelé sexagésimal. Ce choix, qui peut paraître exotique aujourd'hui, expliquera notamment l'origine de nos 60 minutes par heure et de nos 360 degrés dans un cercle. Ce système fascinant fera l'objet d'un prochain article.

Pour l'instant, intéressons-nous à une méthode de calcul remarquable, utilisée il y a plus de 4000 ans, qui permettait de déterminer la valeur d'une racine carrée.

Afin d'en faciliter la compréhension, la méthode sera présentée ici à l'aide de notre système décimal moderne et de nos notations actuelles. Il est important de préciser qu'il s'agit d'une reconstruction : les mathématiciens babyloniens n'écrivaient pas leurs calculs de cette façon. Les tablettes retrouvées montrent toutefois sans ambiguïté qu'ils maîtrisaient des procédés équivalents, fondés sur des approximations successives d'une grande efficacité.

La méthode repose sur un principe itératif, c'est-à-dire sur la répétition d'une même procédure. À chaque cycle, l'estimation obtenue se rapproche de la valeur recherchée. Il revient à l'utilisateur de décider à quel moment l'approximation est suffisante pour l'usage envisagé – une idée étonnamment moderne.

Imaginons que l'on souhaite calculer la racine carrée de 10. Il faut d'abord une estimation de départ. Comme la racine carrée de 9 est 3, il s'agit d'un point de départ tout à fait raisonnable. Notons cette première estimation $e_1 = 3$.

Étape 1

On divise le nombre dont on cherche la racine par l'estimation courante :

$$e_2 = \frac{10}{e_1} = \frac{10}{3} = 3,3333$$

Étape 2

On calcule ensuite la moyenne entre les deux dernières estimations car l'une est nécessairement trop faible et l'autre trop élevée :

$$e_3 = \frac{e_1 + e_2}{2} = \frac{3 + 3,3333}{2} = 3,1666$$

Le processus recommence alors (les itérations débutent) :

Étape 1 (2e itération)

$$e_4 = \frac{10}{e_3} = \frac{10}{3,1666} = 3,1580$$

Étape 2 (2e itération)

$$e_5 = \frac{e_3 + e_4}{2} = \frac{3,1666 + 3,1580}{2} = 3,1623$$

Et ainsi de suite, jusqu'à atteindre la précision désirée.

Dès la deuxième itération complétée, on obtient déjà une valeur extrêmement proche de la véritable racine carrée de 10, qui vaut environ 3,16227766...

Bien sûr, plus l'estimation initiale est proche de la valeur réelle, plus la convergence est rapide. Mais même avec un point de départ relativement éloigné (par exemple $e_1 = 2$) la méthode demeure efficace et conduit rapidement à une approximation très satisfaisante.

Cette procédure est aujourd'hui connue sous le nom de **méthode babylonienne**. Elle fut redécouverte et formalisée bien plus tard par **Héron d'Alexandrie**, au I^{er} siècle, ce qui explique qu'on la retrouve aussi sous l'appellation de *méthode de Héron*. Elle témoigne de l'ingéniosité des mathématiciens de l'Antiquité, capables de concevoir des techniques puissantes et élégantes sans algèbre symbolique, sans notation moderne et sans calculatrice.

La méthode babylonienne nous rappelle surtout ceci : en mathématiques, l'exactitude n'est pas toujours un point de départ, mais très souvent un horizon. Bien avant l'ère numérique, on savait déjà que comprendre, c'était souvent savoir s'approcher – patiemment, méthodiquement – d'une vérité qui ne se laisse pas toujours atteindre d'un seul coup.

Si vous souhaitez vous exercer, tentez de trouver la racine carrée de 75 en utilisant 8 comme estimation initiale. Vous constaterez rapidement que, malgré son grand âge, la méthode n'a rien perdu de son efficacité.

ET AUJOURD'HUI ?

La méthode babylonienne n'est pas qu'une curiosité historique. Elle appartient à une vaste famille de techniques encore au cœur du calcul moderne : les **méthodes numériques**.

Chaque fois qu'un ordinateur calcule une racine carrée, résout une équation complexe ou simule un phénomène physique, il ne trouve pas une valeur « exacte » au sens mathématique. Il produit une **approximation contrôlée**, obtenue par itérations successives, jusqu'à ce que l'erreur devienne négligeable pour l'usage prévu.

Les ingénieurs, les physiciens et les informaticiens travaillent quotidiennement avec ce type de compromis. La question n'est pas « *Est-ce exact ?* », mais plutôt « *Est-ce suffisamment précis ?* » – exactement la même question que se posaient déjà les scribes babyloniens, il y a plusieurs millénaires.

À bien y penser, la modernité de ces méthodes tient peut-être moins à la puissance des machines qu'à une idée très ancienne : savoir quand s'arrêter est parfois aussi important que savoir calculer.



DES CHIFFRES ET DES LETTRES

L'ALGÈBRE SUR SON X

Contrairement aux parutions précédentes qui exploraient l'origine de trois mots spécifiques, nous abordons ici l'origine de l'utilisation de la lettre x dans les équations mathématiques.

Aujourd'hui, l'association entre l'algèbre et la lettre x paraît aussi naturelle que l'usage du sel en cuisine. On écrit une équation, on y glisse un x , et tout le monde comprend qu'il s'agit de « ce qu'on cherche ». Pourtant, rien n'obligeait les mathématiciens à choisir cette lettre-là – ni même à utiliser une lettre tout court. Car représenter l'inconnue par un symbole abstrait est une idée relativement récente dans l'histoire des mathématiques.

Il y a près de deux mille ans, **Diophante d'Alexandrie** utilisait le mot *arithmos* – littéralement « le nombre » – pour désigner une quantité inconnue. Les problèmes qu'il étudiait ressemblaient à nos équations, mais ils étaient formulés entièrement en mots. On ne manipulait pas encore des symboles, mais des relations entre grandeurs concrètes. L'inconnue n'était pas une entité abstraite interchangeable : c'était *un nombre* à découvrir dans une situation donnée.

Autrement dit, l'idée même d'une inconnue universelle, manipulable indépendamment du contexte, n'allait pas encore de soi.

L'algèbre, telle que nous la concevons aujourd'hui, prend véritablement forme dans le monde arabe médiéval, notamment grâce aux travaux d'**Al-Khwârizmî** (vers 790-850). Le mot *algèbre* provient d'ailleurs de l'arabe *al-jabr*, qui signifie « rétablir » ou « restaurer ». Il s'agissait de remettre de l'ordre dans une relation numérique déséquilibrée, par des transformations systématiques.

Dans ces traités, l'inconnue est désignée par le mot *shay* – « la chose ». Une appellation étonnamment parlante : l'inconnue n'est pas encore un symbole neutre, mais une *chose* à isoler, à déplacer, à comprendre. L'algèbre est alors une technique opératoire avant d'être un langage symbolique.

Lorsque ces textes sont traduits en Europe, notamment dans l'Espagne médiévale, le mot *shay* est parfois transcrit phonétiquement en *xay* ou *xei*. Cette transition est souvent évoquée pour expliquer l'apparition de la lettre *x*. Il faut toutefois rester prudent : les historiens s'entendent pour dire que cette filiation est plausible, mais pas absolument certaine.

Ce qui est certain, en revanche, c'est le rôle décisif joué par **René Descartes** (1596-1650). Dans *La Géométrie* (1637), Descartes systématise l'usage des lettres en algèbre : les dernières lettres de l'alphabet (*x*, *y*, *z*) servent à représenter les inconnues, tandis que les premières (*a*, *b*, *c*) désignent des quantités connues ou des paramètres.

Ce choix n'est pas anodin. Il instaure une convention claire, reproductible et indépendante du problème étudié. L'inconnue devient alors un objet abstrait que l'on peut manipuler, comparer et transformer sans jamais la nommer autrement que par un symbole.

Depuis, *x* s'est imposé comme l'inconnue par excellence. Non pas parce qu'elle serait mystérieuse ou magique, mais parce qu'elle incarne une idée centrale de l'algèbre moderne : ce que l'on cherche n'a pas besoin d'être nommé pour être pensé. Il suffit de lui faire une place dans une structure.

Et c'est peut-être là la plus grande réussite de *x* : nous avoir appris qu'en mathématiques, l'inconnu n'est pas un obstacle, mais un point de départ.

UNE MÊME ÉQUATION, TROIS FAÇONS DE PENSER L'INCONNUE

Pour illustrer l'évolution du concept d'inconnue, prenons une même situation mathématique que nous écrivons aujourd'hui $x^2 + 10x = 39$ et observons comment elle aurait été formulée à différentes périodes de l'histoire.

Antiquité grecque – Diophante d'Alexandrie

(algèbre rhétorique, sans symboles)

Trouver un nombre tel que son carré, ajouté à dix fois ce nombre, donne trente-neuf.

L'inconnue n'est pas un objet abstrait. C'est *un nombre précis* à découvrir, décrit uniquement par des mots. Chaque problème est traité comme un cas particulier, sans langage symbolique général.

Monde arabe médiéval – Al-Khwârizmî

(algèbre opératoire, structurée mais encore verbale)

Un carré et dix racines de la chose sont égaux à trente-neuf unités.

L'inconnue est désignée comme *la chose* (*shay*). On ne la note pas, mais on la manipule par des opérations systématiques visant à rétablir l'équilibre de la relation. L'algèbre devient une méthode, même sans symboles.

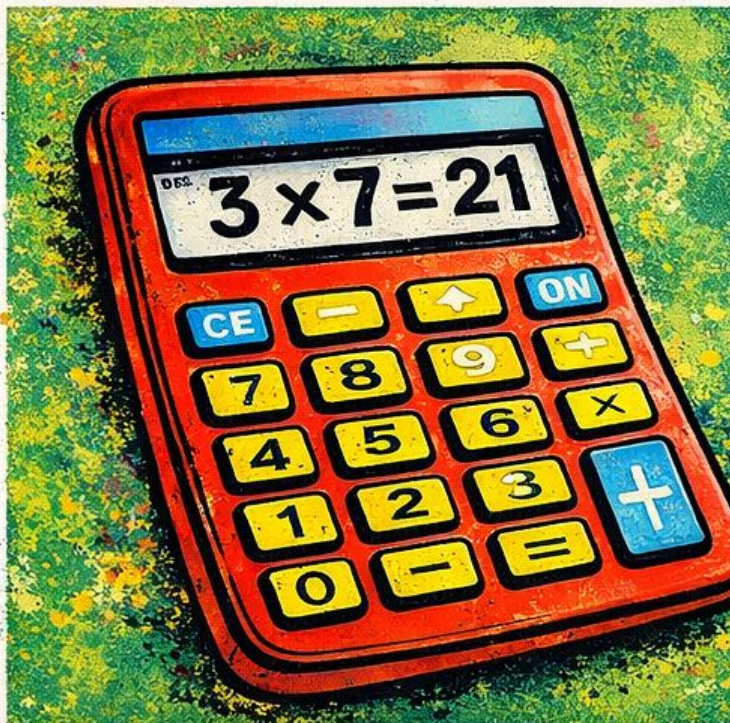
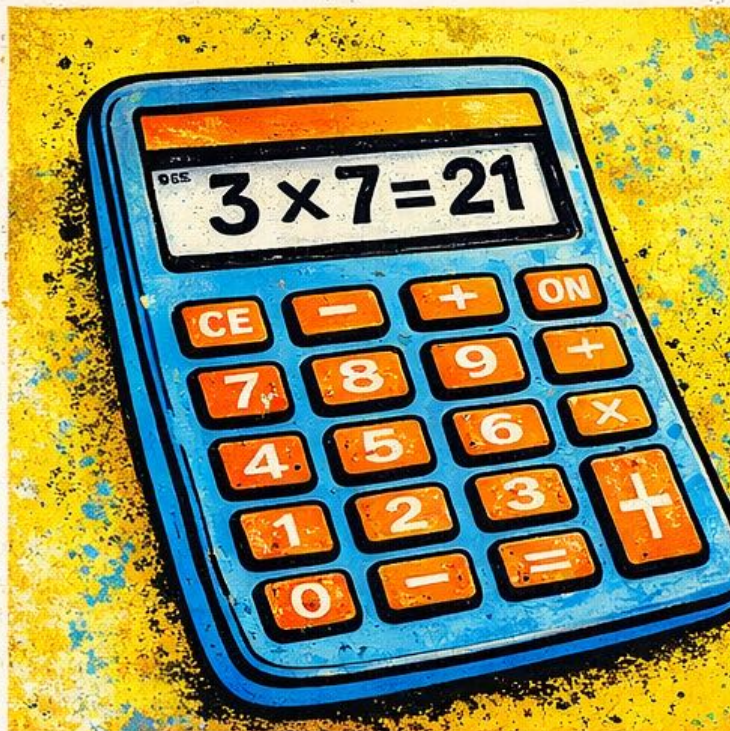
Europe moderne – René Descartes

(algèbre symbolique)

Résoudre $x^2 + 10x = 39$.

L'inconnue est désormais une lettre abstraite, interchangeable et manipulable selon des règles générales. L'équation est détachée de tout récit : elle devient une structure mathématique autonome.

REFAIRE SES EXERCICES : POUR APPRENDRE OU SE RASSURER ?



En mathématiques, il est fréquent d'entendre des étudiants affirmer qu'ils vont refaire une deuxième, voire une troisième fois, les mêmes exercices afin de mieux se préparer à un examen. Cette stratégie est pourtant souvent accueillie avec réserve par les professeurs, car elle peut nourrir une illusion de compréhension. Explorons pourquoi il en est ainsi, et dans quelles conditions refaire des exercices peut malgré tout devenir une démarche réellement formatrice.

L'apprentissage par l'erreur

Chaque nouveau problème rencontré en mathématiques constitue une mise à l'épreuve des apprentissages. Selon la solidité de la compréhension initiale de l'étudiant et l'étape où il se situe dans sa progression, un problème peut sembler trivial ou, au contraire, représenter un défi important. Dans ce dernier cas, il est tout à fait normal – et même souhaitable – de reprendre le problème afin d'en comprendre la logique en profondeur.

Un exercice raté est d'ailleurs une occasion précieuse d'apprentissage. Cette idée, que je répète souvent à mes étudiants, est fondamentale : il faut sortir d'un échec en ayant appris quelque chose. Sans cela, l'erreur demeure une source d'appréhension diffuse, prête à resurgir dès qu'un problème similaire se présente. Refaire un exercice que l'on n'a pas compris, jusqu'à être capable d'expliquer pourquoi chaque étape fonctionne, fait donc pleinement partie du processus d'apprentissage.

Quand la répétition devient confort

La difficulté apparaît plutôt lorsque, une fois tous les exercices complétés et à l'approche d'un examen, certains étudiants choisissent de refaire systématiquement l'ensemble des exercices déjà réalisés. Ils investissent alors un temps précieux dans des chemins déjà pavés, où les décisions sont connues d'avance et où les pièges ont été identifiés lors d'un premier passage. Dans ces conditions, l'activité intellectuelle repose moins sur le raisonnement que sur la reconnaissance.

Le piège est subtil. Refaire un exercice familier sollicite surtout la capacité à reconnaître une structure ou une démarche déjà vue, alors qu'un examen exige presque toujours autre chose : diagnostiquer une situation nouvelle et décider quoi faire, sans indication explicite. Or, reconnaître n'est pas raisonner. C'est précisément cette confusion qui alimente l'illusion de compréhension.

Par analogie, cela ressemble moins à revoir un film qu'à se convaincre que l'on saurait en écrire la suite. Tant que les scènes sont familières, tout semble clair. Mais dès que l'histoire bifurque – comme dans un examen – la maîtrise supposée se fragilise rapidement.



On peut toutefois comprendre cette stratégie chez certains étudiants qui, faute d'avoir accès à de nouveaux problèmes, se replient sur ceux qu'ils ont déjà faits. Cet obstacle est aujourd'hui plus facile à contourner qu'autrefois. Il est possible de consulter

d'autres manuels à la bibliothèque, d'explorer des banques d'exercices en ligne ou, avec discernement, d'utiliser des outils numériques capables de générer des variantes ciblées. Encore faut-il que ces ressources servent à provoquer de nouvelles décisions, et non à reproduire des solutions déjà connues sous un déguisement superficiel.

Rejouer, mais autrement

Cela dit, refaire un exercice déjà connu n'est pas toujours inutile. Tout dépend de l'intention qui guide la démarche. Si l'objectif n'est plus simplement d'arriver à la solution, mais d'analyser la stratégie employée, l'exercice peut redevenir formateur. Se demander pourquoi cette méthode fonctionne, à quel moment une autre approche aurait été possible, ou comment reconnaître plus rapidement la structure du problème transforme l'activité en un travail d'analyse plutôt qu'en un simple rappel.

Dans cette optique, refaire des exercices devient une occasion de développer des réflexes, d'aiguiser son jugement et de mieux identifier les invariants cachés derrière la diversité apparente des énoncés. Ce sont précisément ces compétences – bien plus que la reproduction fidèle de procédures – qui feront la différence lors d'un examen.

Trouver le bon équilibre

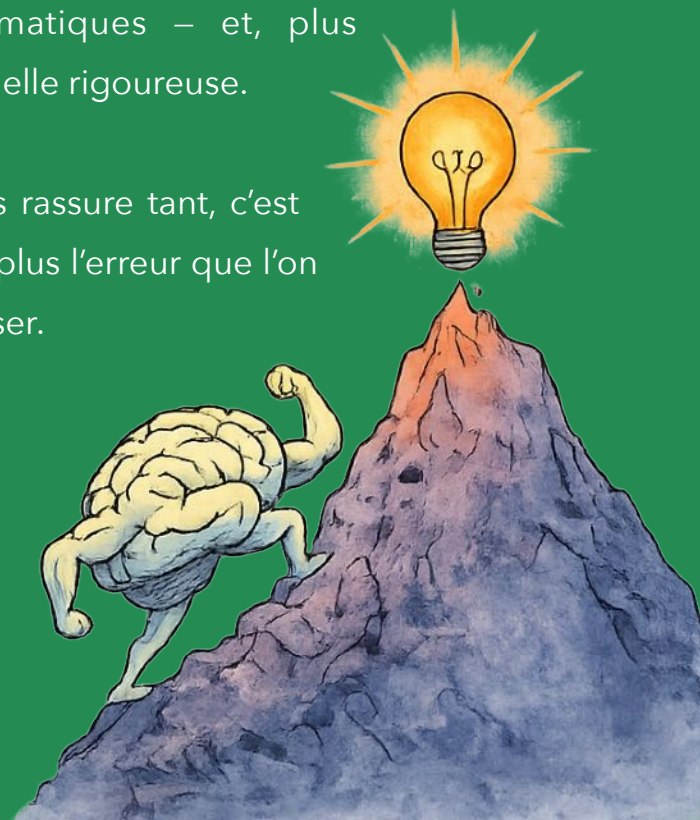
En définitive, la question n'est pas de savoir s'il faut refaire ou non des exercices, mais de comprendre ce que l'on cherche réellement à entraîner. Les nouveaux problèmes forcent l'étudiant à faire des choix,

à interpréter une situation et à mobiliser ses connaissances dans un contexte inédit. Ces décisions, souvent inconfortables, constituent le cœur même de l'apprentissage en mathématiques et se retrouvent au centre des évaluations.

Refaire des exercices déjà vus peut néanmoins avoir sa place, à condition de modifier radicalement l'objectif poursuivi. Lorsqu'il s'agit d'analyser une démarche, de comparer différentes stratégies ou de mieux reconnaître les structures sous-jacentes à un problème, l'exercice cesse d'être un simple entraînement mécanique et devient un outil de consolidation et de raffinement du raisonnement.

Ainsi, une préparation efficace ne repose ni sur la répétition rassurante de problèmes connus ni sur une accumulation désordonnée de nouveaux exercices, mais sur un équilibre réfléchi entre exploration et consolidation. Comprendre quand il est temps de se confronter à l'inconnu et quand il est pertinent de revenir sur ses pas constitue sans doute l'une des compétences les plus importantes à développer en mathématiques – et, plus largement, dans toute démarche intellectuelle rigoureuse.

Et si refaire toujours les mêmes exercices rassure tant, c'est peut-être parce que, cette fois-ci, ce n'est plus l'erreur que l'on évite... mais le risque même d'avoir à penser.



À LIRE ET À ÉCOUTER

Lors de chaque parution, je suggère un livre mathématique digne d'intérêt ainsi qu'un podcast ou une vidéo qui m'a particulièrement plu. Si vous avez des suggestions, n'hésitez surtout pas et faites-m'en part à maxime.savary@clafleche.qc.ca

LES MATHS SONT UN TANGO À TROIS TEMPS

Si l'on pense encore que les mathématiques se résument à une suite de symboles austères et de chapitres arides, *Les maths sont un tango à trois temps* pourrait bien faire changer d'avis. Dans cet ouvrage récent paru aux éditions Flammarion, **Yan Pradeau** propose un dialogue curieux et réjouissant entre le monde qui nous entoure et les idées mathématiques, comme si l'on offrait aux nombres une paire de chaussures de danse et qu'on les invitait à explorer la réalité avec légèreté.

Professeur de mathématiques à Paris, Pradeau s'est donné pour mission de montrer que les maths ne sont pas seulement une discipline scolaire, mais aussi – et surtout – une manière originale de regarder le monde. Plutôt que d'aligner des théorèmes ou des démonstrations, il part à la recherche de curiosités concrètes : quelle relation mathématique se cache derrière la mélodie de *Let It Be* des Beatles ? Comment construire un pont de cartes qui ne s'effondre jamais ? Pourquoi l'Académie royale des sciences de Paris a-t-elle cessé, en 1775, d'examiner les prétendues solutions



du problème de la quadrature du cercle ? Quelle logique explique la taille standard de nos cartes de crédit ?

Le livre se présente comme une collection d'« idées surprises », autant de petites portes que l'on peut ouvrir dans l'ordre que l'on veut. L'auteur invite d'ailleurs explicitement à une lecture non linéaire, à la manière d'un carnet de découvertes que l'on feuillette au gré de sa curiosité plutôt que comme un traité systématique.

Ce qui fait la force de *Les maths sont un tango à trois temps*, c'est cette conviction tranquille que les mathématiques ne forment pas un bloc hermétique réservé à une élite. En regardant autour de soi avec un peu d'attention, on réalise rapidement qu'un grand nombre de phénomènes quotidiens – parfois anodins en apparence – reposent sur une logique mathématique digne d'intérêt. Les lecteurs à la recherche d'un manuel structuré ou d'exercices à résoudre resteront peut-être sur leur faim, mais ceux qui souhaitent renouer avec un sens de l'émerveillement mathématique y trouveront une lecture qui mérite largement le détour.

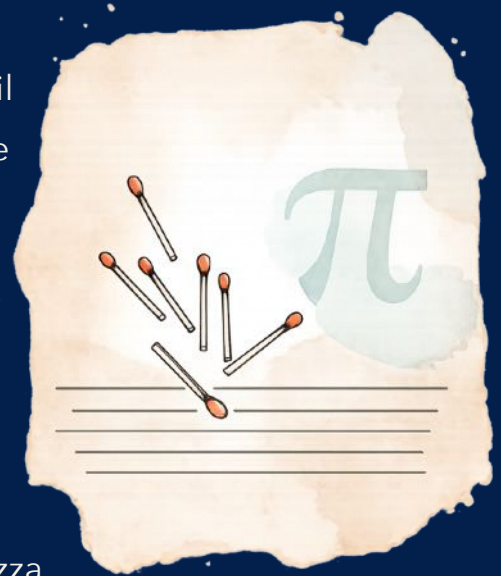
CALCULER π AVEC DES ALLUMETTES



Au fil des siècles, une multitude de méthodes ont été imaginées pour estimer la valeur de π . L'une des plus originales – et des plus ludiques – consiste à lancer des allumettes ou des cure-dents sur une feuille lignée.

Dans une [courte vidéo](#), le physicien **Julien Bobroff** (Université Paris-Saclay, *photo : leparisien.fr*) montre comment obtenir une approximation étonnamment crédible de π simplement en renversant un paquet d'allumettes sur une feuille de papier régulièrement quadrillée.

Sans entrer dans les détails mathématiques, il évoque la **méthode de Monte-Carlo**, une approche particulièrement utile lorsque les calculs exacts deviennent trop complexes, mais que le hasard peut être mis à contribution pour produire une estimation raisonnable.



Imaginons, par exemple, que l'on souhaite estimer la surface recouverte de poivrons sur une pizza.

Compte tenu de la forme irrégulière des morceaux, des zones sans garniture et du désordre général de leur répartition, un calcul précis serait fastidieux. Une autre stratégie consiste à adopter une approche statistique : on calcule d'abord l'aire totale de la pizza (disons 2800 cm^2), puis on y lance une centaine de petits pois de manière aléatoire. Après inspection, on compte ceux qui sont tombés sur un morceau de poivron. Si dix petits pois s'y trouvent, on peut raisonnablement estimer que 10 % de la surface est recouverte. Dix pour cent de 2800, cela donne environ 280 cm^2 de pizza poivronnée.

On retrouve ici exactement le principe des méthodes de Monte-Carlo : remplacer un calcul difficile par une estimation fondée sur le hasard et la proportion. La démonstration est volontairement rapide, mais elle suffit à faire comprendre l'idée – et à donner envie d'aller plus loin.

Reste à déterminer si une pizza aux petits pois est socialement acceptable. Il est sans doute plus prudent de tenter l'expérience en solitaire... histoire de préserver ses amitiés.

Ce code QR vous amène directement à la courte vidéo :



LE DÉFI

LES FORMATS DE PAPIER



En Europe, le papier ne se décline pas selon les formats nord-américains (Lettre, Légal, etc.), mais selon une norme appelée DIN (*Deutsches Institut für Normung*). Ce standard, élaboré au début du XX^e siècle, ne relève pas d'un simple choix administratif : il repose sur une idée mathématique étonnamment élégante, conçue pour assurer une continuité parfaite entre tous les formats.

On part d'une feuille de référence, notée **A0**, et l'on obtient tous les autres formats en la pliant successivement en deux. Le format **A1** est celui obtenu après un pli, le **A2** après deux plis, etc.

Deux exigences structurent ce système.

La première est géométrique : après chaque pliage, **le rapport entre le plus long côté et le plus petit doit demeurer inchangé**. Autrement dit, chaque format doit être une réduction exacte du précédent, sans distorsion.

La seconde est métrique : la surface du format initial A0 est fixée à **un mètre carré**, afin de rendre les calculs simples et les usages cohérents.

Le défi est alors le suivant : à partir de ces deux contraintes seulement, déterminer les dimensions exactes de la feuille A0, puis en déduire celles du format le plus utilisé en Europe, le A4, celui que l'on retrouve quotidiennement dans les imprimantes, les cahiers et les documents officiels.

Vous trouverez la solution ici ou en suivant le code QR ci-dessous.

