

máthēma

REVUE DE
VULGARISATION
MATHÉMATIQUE

N° 02



Image de couverture

Commande envoyée à ChatGPT Plus : Créer une image sur fond sombre d'un arbre où les feuilles sont remplacées par des chiffres.

Rédaction, montage et infographie : Maxime Savary

DANS CE NUMÉRO

Mot de Maxime	02
Les secrets mathématiques derrière vos soirées Netflix	04
Il était une fois... la multiplication égyptienne	09
Des chiffres et des lettres	13
Quel avenir pour le calcul manuel ?	16
À quel âge devrait-on voter ?	22
À lire et à écouter	26
Le défi	29

MOT DE MAXIME



C'est avec un immense plaisir que je vous présente cette deuxième édition de **máthēma**. Les nombreux commentaires reçus après la première parution ont été non seulement très positifs, mais aussi incroyablement inspirants pour la rédaction de ce nouvel opus.

Des étudiants, d'abord, m'ont partagé leur enthousiasme. Certains ont pris plaisir à découvrir l'origine de mots souvent rencontrés en cours de mathématiques, tandis que d'autres ont particulièrement apprécié les conseils pour entraîner et solidifier leur mémoire à long terme.

Des collègues, ensuite, ont été d'une grande générosité dans leurs réactions. J'ai été touché de voir que des personnes ayant laissé les mathématiques derrière elles depuis des années ont trouvé les articles non seulement compréhensibles et intéressants, mais surtout plaisants à lire. Un tel retour est, à mes yeux, le plus beau des compliments.

Dans cette édition, vous retrouverez les sections introduites dans la première publication, toujours avec ce souci de clarté et de curiosité.

Côté pédagogie, deux textes se démarquent. Le premier invite à remettre en question l'importance donnée au calcul manuel, tandis que le second, né d'une discussion enrichissante avec une étudiante, démontre comment une approche interdisciplinaire peut ouvrir des horizons insoupçonnés lorsque l'on allie curiosité et ouverture d'esprit.

Pour le texte principal, où je m'efforce de décoder une situation du quotidien sous un angle mathématique, je vous propose cette fois de découvrir les secrets des algorithmes de recommandations personnalisées de Netflix.

Après le succès de la chronique sur la multiplication par jalousie, je vous présente une nouvelle méthode de multiplication, cette fois venue de l'Égypte antique. Aussi élégante que le célèbre nez de Cléopâtre !

L'étymologie, toujours chère à mon cœur, revient également pour vous dévoiler la genèse fascinante de quelques termes du monde des mathématiques.

Enfin, vous retrouverez quelques suggestions de lectures et d'écoutes, accompagnées d'un défi mathématique pour les esprits audacieux.

Je vous souhaite une lecture agréable et enrichissante. J'espère avoir su trouver le juste ton afin de continuer de vous intéresser et de vous faire voyager à travers les mathématiques.

On se retrouve en avril pour la dernière parution de l'année scolaire !

Maxime

Par curiosité, j'ai testé Google NotebookLM avec cette édition de mathéma. C'est une intelligence artificielle qui peut, entre autres, générer un podcast (actuellement en anglais uniquement) à partir des sources fournies.

Vous pouvez écouter le résultat (environ 20 minutes) en suivant ce lien :

<https://maxime.craft.me/podcast-02>

ou

en scannant le code QR ci-contre :

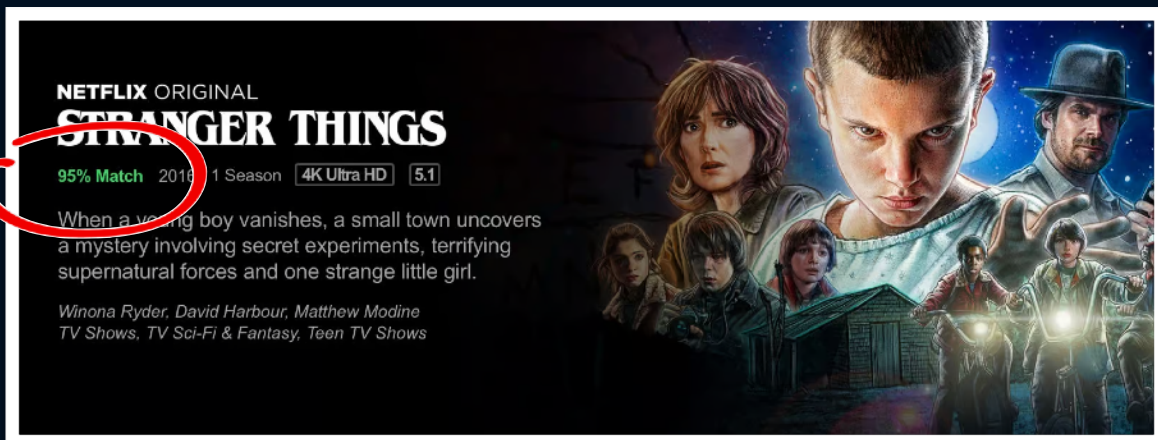


LES SECRETS MATHÉMATIQUES DERRIÈRE VOS SOIRÉES NETFLIX



Lors de chacune de vos connexions à Netflix, vous avez certainement remarqué ce fameux pourcentage qui s'affiche à côté des descriptions des films et séries. Ce chiffre, intrigant, indique les chances que le contenu proposé vous intéresse.

Mais comment Netflix parvient-il à deviner avec une telle précision ce qui pourrait vous plaire ? Pas de magie noire ni de vaudou ici – tout repose sur des mathématiques !



Les bases mathématiques : du produit matriciel à l'algorithme

Pour comprendre, plongeons dans un exemple simplifié avec une plateforme fictive, Miniflix.

Imaginez que Miniflix propose seulement 5 films et compte 4 clients. À leur inscription, les clients remplissent un questionnaire sur leurs goûts (action, suspense, humour), et leurs réponses sont converties en une matrice numérique. Une matrice n'est rien d'autre qu'un tableau.

Par exemple, en utilisant une échelle de 0 (déteste) à 1 (adore), le tableau ci-dessous illustre les préférences des clients. On observe que le client 1 apprécie particulièrement les films d'action et de suspense, tout en étant relativement neutre face à l'humour. À

l'inverse, le client 2 est un amateur de films d'action et d'humour, mais montre un désintérêt complet pour le suspense.

	Action	Suspense	Humour
Client 1	1	1	0,5
Client 2	1	0	1
Client 3	0,5	0,5	1
Client 4	0,5	1	0

De leur côté, les administrateurs de Miniflix évaluent les films proposés selon les mêmes critères. Ils attribuent des notes basées sur une échelle distincte, allant de 0 (caractéristique absente) à 5 (caractéristique très présente). Ainsi, le tableau suivant révèle que le film 1 est probablement un thriller intense et riche en action, mais totalement dépourvu d'humour.

	Film 1	Film 2	Film 3	Film 4	Film 5
Action	5	4	4	1	4
Suspense	4	1	2	4	0
Humour	0	5	3	2	5

C'est à ce moment que les mathématiques révèlent tout leur potentiel. En langage mathématique, un tableau structuré est appelé une **matrice**. Une matrice représente les mêmes informations qu'un tableau, mais sans les titres des lignes et des colonnes, ce qui simplifie visuellement les calculs tout en préservant toutes les données essentielles. Une fois mises côte à côte, nos deux matrices s'afficheraient ainsi :

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0,5 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0,5 & 0,5 & 1 \\ 0,5 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5 & 4 & 4 & 1 & 4 \\ 4 & 1 & 2 & 4 & 0 \\ 0 & 5 & 3 & 2 & 5 \end{bmatrix}$$

En appliquant le **produit matriciel**, une opération où chaque élément de la matrice finale est calculé en multipliant les éléments correspondants des lignes et des colonnes des matrices de départ, puis en additionnant ces produits, Miniflix obtient une nouvelle matrice. Celle-ci contient des scores personnalisés, associant chaque client à chaque film en fonction de ses préférences et des caractéristiques des films.

	Film 1	Film 2	Film 3	Film 4	Film 5
Client 1	9	7,5	7,5	6	6,5
Client 2	5	9	7	3	9
Client 3	4,5	7,5	6	4,5	7
Client 4	6,5	3	4	4,5	2

Prenons deux exemples pour illustrer le calcul : la cote de 9 attribuée au client 1 pour le film 1 est obtenue ainsi : $1 \times 5 + 1 \times 4 + 0,5 \times 0$. De même, la cote de 3 attribuée au client 4 pour le film 2 est calculée comme suit : $0,5 \times 4 + 1 \times 1 + 0 \times 5$.

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0,5 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0,5 & 0,5 & 1 \\ 0,5 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5 & 4 & 4 & 1 & 4 \\ 4 & 1 & 2 & 4 & 0 \\ 0 & 5 & 3 & 2 & 5 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0,5 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0,5 & 0,5 & 1 \\ 0,5 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5 & 4 & 4 & 1 & 4 \\ 4 & 1 & 2 & 4 & 0 \\ 0 & 5 & 3 & 2 & 5 \end{bmatrix}$$

Ce procédé est répété pour chaque combinaison possible de lignes (clients) et de colonnes (films) afin de produire la matrice des scores personnalisés présentée ci-dessus.

Ainsi, Miniflix recommande à chaque client les films avec les scores les plus élevés : par exemple, le film 1 pour le client 1, et les films 2 et 5 pour le client 2. Ces scores reflètent les goûts de chacun en fonction des critères évalués.

De Miniflix à Netflix : une échelle vertigineuse

Ce que Miniflix fait à petite échelle, Netflix le fait de manière colossale. Avec ses **270 millions d'abonnés** et **17 000 titres** disponibles, les matrices utilisées deviennent gigantesques. De plus, Netflix ne se limite pas à trois critères simples comme l'action ou l'humour. Sa "recette secrète" inclut des centaines de facteurs : genres cinématographiques, périodes historiques, durée d'écoute, type de narration, et bien d'autres.

Pour gérer ces calculs monumentaux, Netflix s'appuie sur des algorithmes avancés et des serveurs informatiques puissants. Ces algorithmes peuvent également apprendre de vos comportements : que vous finissiez un film, interrompiez une série ou que vous regardiez plusieurs fois une même scène, tout cela nourrit les recommandations.

Bien que ce système soit impressionnant, il n'est pas parfait. Les recommandations peuvent parfois manquer de pertinence, notamment lorsque plusieurs utilisateurs partagent un même compte. De plus, les algorithmes de Netflix, comme ceux de YouTube ou Spotify, peuvent refléter des biais présents dans les données, favorisant certains contenus au détriment d'autres.

La prochaine fois que Netflix vous propose la série idéale ou le film parfait pour votre soirée, souvenez-vous que ce n'est pas le fruit du hasard. Derrière ces suggestions se cachent des mathématiques élégantes par leur simplicité et impressionnantes par leur envergure.

En somme, vos soirées cinéma sont le résultat d'un subtil mélange de mathématiques, de technologie et, bien évidemment, d'art !



IL ÉTAIT UNE FOIS...

LA MULTIPLICATION ÉGYPTIENNE

Faisant suite aux bons commentaires reçus après la publication du premier numéro de mathéma, particulièrement en ce qui concerne la méthode de multiplication par jalousie présentée dans cette même rubrique, je poursuis dans cette veine et vous présente une autre méthode de multiplication, celle-ci en usage en Égypte antique. Nous connaissons cette technique car elle figure dans le papyrus Rhind, découvert à Thèbes (aujourd'hui Louxor) en 1858 par l'égyptologue écossais Alexander Henry Rhind. Le papyrus date d'environ 1650 avant J.-C. et est aujourd'hui exposé au British Museum.



PRINCIPE DE FONCTIONNEMENT

Tout comme pour la méthode de multiplication par jalousie, la multiplication égyptienne est désarmante de simplicité. Pour l'utiliser, il ne faut que savoir additionner et doubler.

Illustrons son fonctionnement à l'aide de l'opération 143×6 .

Dans un premier temps, il faut inscrire 1 sur la première ligne, puis inscrire le second facteur (ici 6) à sa droite.

1	6
---	---

Puis, sur chaque nouvelle ligne, nous doublons les chiffres de la ligne qui précède. Après quelques répétitions, nous aurons :

1	6
2	12
4	24
8	48
16	96
32	192
64	384
128	768

À ce stade, nous disposons d'assez de lignes. Il suffit ensuite de se demander quels sont les nombres de la colonne de gauche nécessaires pour former, par addition, le nombre 143.

Le plus simple est de débiter par le bas de la colonne.

- Assurément, 128 sera nécessaire.
- Mais si j'ajoute 64 à 128, je dépasse 143. Je laisse donc tomber 64.
- Il en va de même pour 32 et 16, qui nous amènent trop loin.
- Avec 8, par contre, nous sommes rendus à 136 (128+8).
- On ajoute 4, puis 2, puis 1 afin de former 143.

Notons d'un petit **x** rouge les termes que nous avons retenus. Il s'agit de 128, 8, 4, 2 et 1. De fait, $143 = 128 + 8 + 4 + 2 + 1$.

x	1	6
x	2	12
x	4	24
x	8	48
	16	96
	32	192
	64	384
x	128	768

Il ne nous reste plus qu'à additionner les nombres correspondants dans la colonne de droite : $768 + 48 + 24 + 12 + 6$.

Ceci totalise 858, soit l'exacte valeur de la multiplication de 143×6 .

À noter que dans le cas de cette multiplication, nous aurions avantage à inverser les facteurs, c'est à dire à considérer 6×143 plutôt que 143×6 .

En effet, avec cette configuration, nous n'aurions alors eu besoin que de 3 lignes pour arriver à former le nombre 6 et seules les deux dernières auraient été nécessaires pour créer ce nombre par addition ($6 = 4 + 2$) :

	1	143
x	2	286
x	4	572

De là, nous obtiendrons également 858 en additionnant 572 et 286.

Il y a donc un avantage à placer le plus grand des deux facteurs présents lors d'une multiplication dans la deuxième colonne, même si cela n'affecte pas la quête de la réponse exacte.

Cette méthode peut également être adaptée pour permettre le calcul des divisions. Mais cela, c'est une autre (page d') histoire !



DES CHIFFRES ET DES LETTRES

Les mathématiques sont un langage et celui-ci est constitué d'un vocabulaire riche. À chaque parution, nous nous intéresserons aux origines de quelques mots du langage mathématique.

STATISTIQUE



De nos jours, les statistiques sont omniprésentes. D'ailleurs, lors du premier cours de *Probabilités et Statistique*, je lance toujours le défi à mes étudiants de tenter de passer une journée sans rencontrer de statistiques. Essayez... cela est nettement plus difficile qu'il n'y paraît!

Toutefois, à l'origine, ce terme n'avait pas une signification aussi vaste. Issu du latin *statisticus*, il signifiait "relatif à l'État". On note d'ailleurs la similarité avec le mot anglais *state* (état). À l'époque, les statistiques se rapportaient principalement aux données politiques, telles que la taille de la population, la gestion des impôts et les caractéristiques des habitants d'une région.

Un fait intéressant : avant le 18^e siècle en Angleterre, on utilisait souvent l'expression *political arithmetic* (arithmétique politique) plutôt que le terme *statistique*.

ALGÈBRE

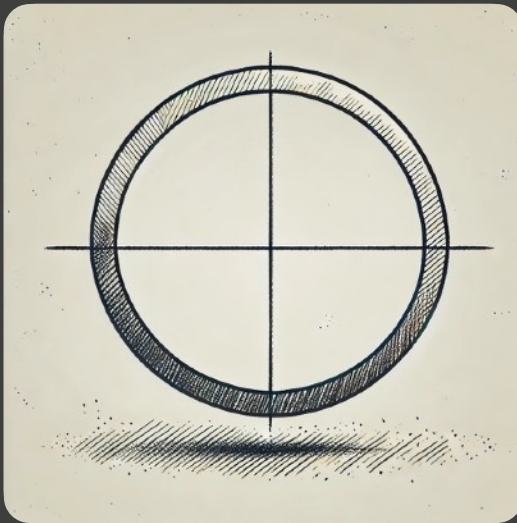
Le terme *algèbre* vient de l'arabe *al-jabr*, qui signifie "restauration", "réunion des parties brisées" ou "remise en place". Il apparaît dans le titre d'un ouvrage fondamental en mathématiques écrit par le mathématicien persan Al-Khawarizmi au 9^e siècle.



Ce mot fait référence aux opérations effectuées dans une équation pour regrouper des éléments de même nature, un peu comme si on recollait les morceaux d'un puzzle.

Prenons l'exemple de l'équation $7x + 5 = 3x + 1$. On réorganise les variables et les constantes dissociées (les "parties brisées") en soustrayant $3x$ et 5 de chaque côté. Cela nous donne la forme "restaurée" $4x = -4$, puis $x = -1$.

Faire de l'algèbre, c'est donc un peu jouer les médiateurs, en réunissant des termes qui s'étaient perdus de vue pour former une solution harmonieuse !



DIAGONALE et DIAMÈTRE

Le mot *diagonale* vient des mots grecs *dia*, qui signifie "à travers", et *gonia*, qui désigne "angle" ou "coin". La diagonale est donc littéralement une ligne qui traverse une figure d'un coin à un autre.

Quant au mot *diamètre*, il est intéressant de noter qu'en grec ancien, *diametros* et *diagonalis* avaient initialement des significations similaires, toutes deux désignant une ligne traversant une figure. Composé de *dia* ("à travers") et *metron* ("mesure"), le terme *diamètre* a progressivement évolué pour se spécialiser au contexte exclusif du cercle. Contrairement aux figures à coins, le cercle ne permet pas de parler de diagonale, d'où le sens actuel du mot diamètre : la mesure d'une ligne passant à travers un cercle, reliant deux points de sa circonférence tout en passant par son centre.

LE SAVIEZ-VOUS ?

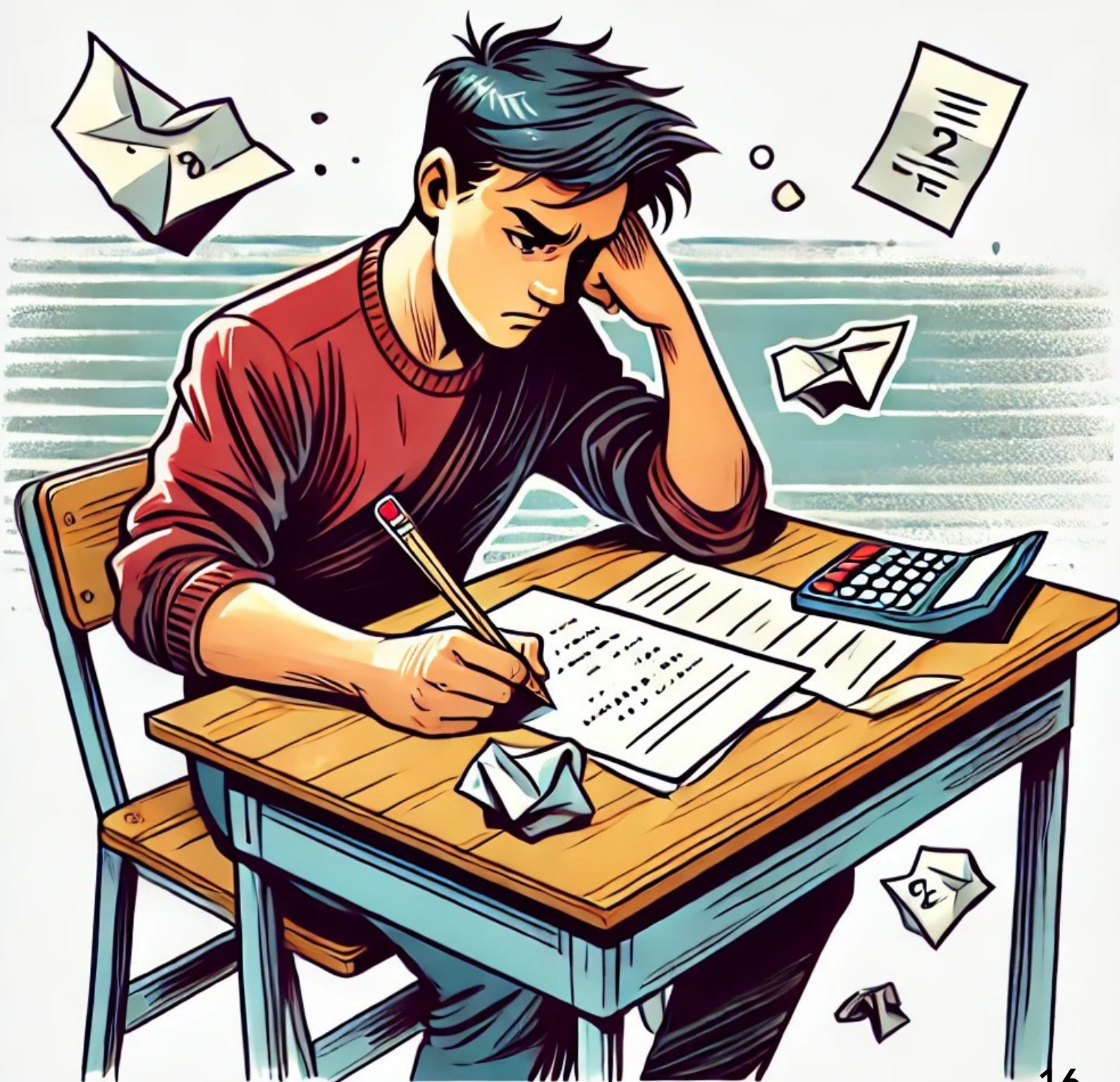
Le symbole de la division $\div$ est appelé **obélus**. Ce terme vient du grec *obelos*, qui signifie "petite broche" ou "petit pieu".

Ce symbole a été introduit au 17^e siècle par le mathématicien suisse Johann Rahn.

Fait amusant : avant d'être utilisé en mathématiques, l'obélus servait dans l'Antiquité comme un marqueur dans les manuscrits pour signaler des passages douteux ou incorrects !

PÉDAGOGIE

QUEL AVENIR POUR LE CALCUL MANUEL ?



En tant que professeur de mathématiques, j'ai toujours défendu l'importance des calculs effectués à la main, convaincu que cette pratique constitue un pilier fondamental de l'apprentissage. Pourtant, à l'automne dernier, ma lecture de *The Math(s) Fix* de Conrad Wolfram a bousculé cette conviction bien ancrée. Dans son livre, l'auteur propose une vision audacieuse de l'enseignement des mathématiques, visant à rendre cette discipline plus pertinente, accessible et captivante pour les étudiants. Je vous invite à explorer ici les idées principales de son ouvrage.

Qui est Conrad Wolfram ?

Conrad Wolfram, né en 1970, est un mathématicien britannique, mais aussi le frère cadet de Stephen Wolfram, créateur de logiciels emblématiques comme *Mathematica* et du moteur de calcul en ligne *WolframAlpha*. Ce dernier est un outil capable de réaliser des calculs mathématiques complexes, mais également de fournir des informations variées, allant du poids des planètes au dénombrement des avions actuellement en vol au-dessus de Trois-Rivières. Pas étonnant, donc, que Conrad Wolfram soit à l'avant-garde des idées liant mathématiques et technologie.



Au cœur de son message, une critique incisive : selon lui, l'enseignement traditionnel des mathématiques accorde une place excessive au calcul manuel, ce qui nuit à la compréhension globale et à l'intérêt des étudiants. Pour illustrer son propos, il évoque notamment l'enseignement du calcul différentiel et intégral, où l'essentiel du temps est consacré à des techniques algébriques complexes, laissant peu de place à une réflexion plus large sur la nature des problèmes et leur pertinence dans le monde réel. Cette approche, selon lui, pousse nombre d'étudiants à abandonner les mathématiques dès qu'ils le peuvent, avec parfois un sentiment d'échec durable.

Un héritage du passé : pourquoi tant d'importance au calcul manuel ?

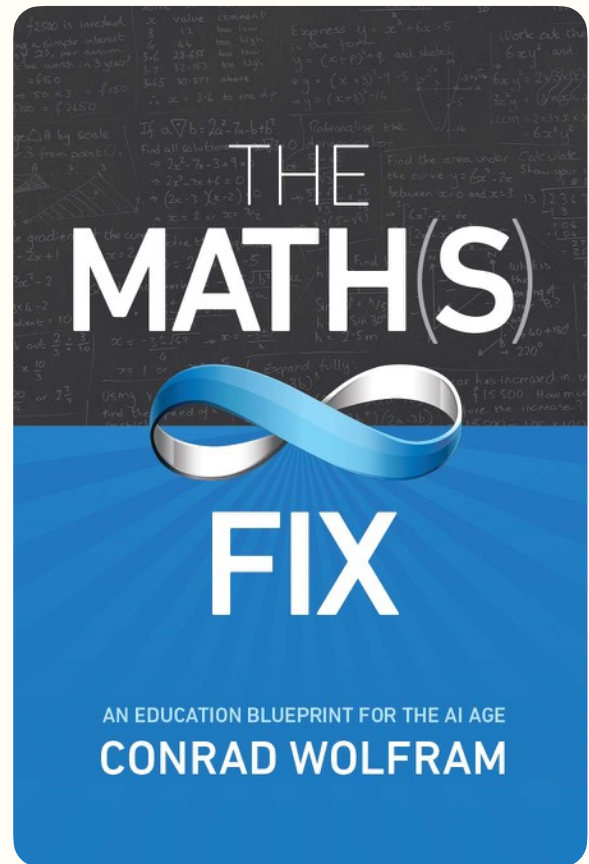
Historiquement, les mathématiques manuelles étaient incontournables : résoudre un problème exigeait de maîtriser les outils et techniques de calcul. C'était là la seule façon de *faire des maths*. Mais dans un monde où les ordinateurs peuvent exécuter des tâches en une fraction de seconde, Wolfram estime qu'il est temps de réévaluer nos priorités pédagogiques.

Selon lui, enseigner les mathématiques aujourd'hui devrait reposer sur un processus en quatre étapes, où l'accent est mis sur la réflexion et l'interprétation, plutôt que sur le calcul manuel. Voici ce processus, résumé :

1. **Définir** : Identifier le problème à résoudre et les facteurs en jeu.
2. **Abstraire** : Traduire ce problème en un langage mathématique (équations, modèles, relations).
3. **Calculer** : Utiliser des outils technologiques pour effectuer les calculs.
4. **Interpréter** : Analyser les résultats pour vérifier leur cohérence avec le monde réel.

Un exemple concret : optimiser une livraison

Prenons un exemple issu d'un cours typique de calcul différentiel : un livreur doit acheminer un colis tout en minimisant les coûts de transport. Ce problème, classique en optimisation, peut être résolu en suivant les quatre étapes de Wolfram.



Étape 1 : Définir le problème

Formulons le problème de manière claire et compréhensible :

- Quelle est la vitesse optimale du livreur pour minimiser les coûts ?
- Quels facteurs influencent ces coûts ? Par exemple :
 - Le salaire du livreur (proportionnel au temps de trajet).
 - Le coût de l'essence (lié à la vitesse).
 - Les frais fixes, indépendants de ces variables.

Une bonne définition permet d'éviter de résoudre un problème mal posé. Par exemple, si on omet d'inclure l'augmentation de la consommation d'essence à grande vitesse, le modèle serait incomplet.

Étape 2 : Abstraire le problème

À cette étape, on traduit le problème en termes mathématiques.

- On introduit des variables (par exemple, la vitesse, le temps, les coûts).
- On établit des relations entre ces variables :
 - La consommation augmente avec la vitesse.
 - Le temps diminue avec la vitesse.

Au final, une équation émergera, regroupant tous les facteurs à optimiser.

Étape 3 : Calculer

C'est ici que Wolfram propose d'utiliser des outils informatiques. Pour les initiés, c'est également ici que l'on pourrait dériver la fonction "coût" afin d'identifier la vitesse qui minimise lesdits coûts.

Pourquoi privilégier les outils numériques à ce stade ? Selon Wolfram, les raisons sont nombreuses, mais il insiste particulièrement sur la nécessité pour

l'enseignement des mathématiques de se coller à la réalité. Trop souvent, les problèmes proposés sont extrêmement simplifiés de manière à pouvoir se faire manuellement. Or, la sur-simplification de ces problèmes les rend beaucoup moins attractifs pour des étudiants en quête de sens à donner à ce qu'ils apprennent. En somme, les outils numériques permettent d'explorer des modèles plus complexes et fidèles à la réalité, plutôt qu'une version simplifiée à outrance qui n'a pas d'écho dans la vie quotidienne.

Étape 4 : Interprétation des résultats

Enfin, il s'agit d'analyser la solution trouvée. Si le calcul suggère que la vitesse optimale est de 200 km/h, il faudra ajuster le modèle pour prendre en compte des contraintes réalistes. Cette étape permet aussi d'étudier la sensibilité du modèle : que se passe-t-il si le prix de l'essence double ou si le salaire du livreur augmente ? Peut-on intégrer à l'équation des objectifs environnementaux, comme la réduction des émissions de CO_2 ?

Changer de perspective : un parallèle avec la photographie

Wolfram compare la situation des mathématiques à celle de la photographie. Autrefois, photographier nécessitait de vastes connaissances techniques (chambre noire, produits chimiques, grain de la pellicule, etc.), ce qui limitait cet art à une élite. Aujourd'hui, grâce aux avancées technologiques, tout le monde peut s'adonner à la photographie, bien qu'une maîtrise approfondie reste réservée aux passionnés et aux professionnels.

De même, Wolfram propose de démocratiser les mathématiques : en déléguant les calculs bruts aux ordinateurs, les étudiants pourront se concentrer sur la réflexion, l'analyse et la résolution de problèmes concrets. Cela permettrait de rendre les mathématiques plus utiles et engageantes, sans pour autant sacrifier leur rigueur.

Une remise en question personnelle

En tant qu'enseignant, je dois reconnaître que cette approche remet en question mes habitudes de longue date. Depuis plus de 20 ans, j'ai toujours insisté sur l'importance de comprendre les techniques de calcul, persuadé qu'elles formaient la base de tout raisonnement mathématique. Pourtant, les idées de Wolfram me font (ré)fléchir.

Peut-être est-il temps d'accepter que le calcul manuel, tout en restant une compétence précieuse, ne soit plus au centre de l'apprentissage des mathématiques. L'avenir de cette discipline ne réside-t-il pas plutôt dans sa capacité à s'adapter aux outils modernes, à répondre aux défis du monde réel et à éveiller une nouvelle curiosité chez les étudiants ?

En conclusion, l'ouvrage de Conrad Wolfram nous invite à repenser en profondeur notre manière d'enseigner les mathématiques. Son modèle en quatre étapes n'est pas révolutionnaire, puisqu'il ressemble à ce que mes collègues et moi utilisons quotidiennement pour aborder un problème. Toutefois, son approche bouleverse ce qui a toujours été au coeur de l'éducation des mathématiques : la maîtrise du calcul. Plutôt que de nous limiter à des exercices techniques, il nous encourage à viser un objectif plus ambitieux : développer une véritable pensée mathématique, ancrée dans la réalité et amplifiée par les outils du XXI^e siècle. Une idée qui, doucement mais sûrement, gagne même les plus récalcitrants...

Pour pousser plus loin la réflexion ou tester les outils Wolfram :

The Math(s) Fix : <https://www.computerbasedmath.org/the-maths-fix/>

WolframAlpha : <https://www.wolframalpha.com/>

Wolfram : <https://www.wolfram.com/>



À QUEL ÂGE DEVRAIT-ON VOTER ?

UNE RÉFLEXION ENTRE MATHÉMATIQUES ET PHILOSOPHIE

Le 6 décembre dernier, dans le tumulte exaltant de la fin de session d'automne, un petit groupe d'étudiants en Sciences, Lettres et Arts frappe à ma porte. L'une d'entre eux, après m'avoir posé quelques questions sur ses exercices, lance soudain :

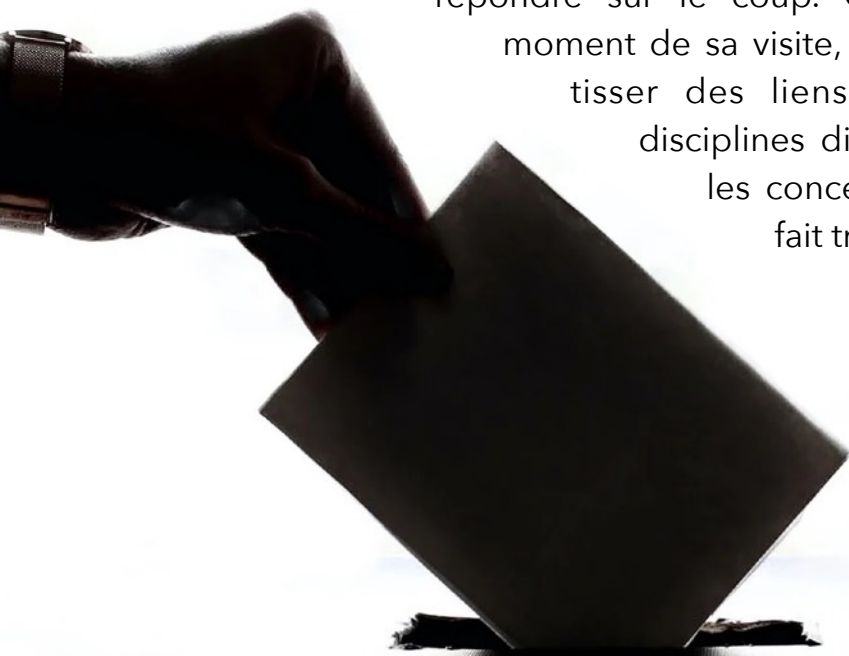
« En philo, on discute de l'âge minimal pour voter. Nous, on aimerait démontrer que l'âge n'est pas lié à la capacité de voter. Dans ton cours, on a vu un test qui permet justement de déterminer s'il existe un lien ou non entre deux variables. »

D'abord surpris, j'acquiesce à ses propos. Elle poursuit :

« Est-ce qu'on ne pourrait pas faire un test d'indépendance du Khi-Deux pour savoir si l'âge et la capacité de vote sont dépendants ou non ? »

Belle question, mais pour laquelle je n'ai toutefois pas su quoi lui répondre sur le coup. Ce qui m'a surtout marqué, au moment de sa visite, a été la capacité de l'étudiante à tisser des liens entre des notions issues de disciplines différentes, à refuser de cloisonner les concepts dans des silos comme on le fait trop souvent.

Cela témoigne d'une
interdisciplinarité
admirable et, pour un
enseignant, c'est
un peu
comme



recevoir un compliment : ça fait chaud au cœur. On se dit que nos étudiants voient au-delà des exercices obligatoires et qu'ils donnent un véritable sens à leur apprentissage.

Mais sa question demeure : peut-on vraiment jumeler les probabilités et les statistiques à une réflexion philosophique de cette nature ? Décidé à ne pas laisser de côté ce questionnement, je me suis lancé le défi d'y répondre.

Comprendre le test du Khi-Deux

Pour les non-initiés, un test du Khi-Deux est une méthode en étapes permettant de comparer quantitativement un modèle théorique avec des observations réelles et d'en mesurer la différence. Dans notre cas, le modèle théorique supposerait qu'il n'existe pas de lien entre l'âge et la capacité de vote. Si les données observées dans la réalité concordent bien avec ce modèle, on conclura que ces deux variables sont indépendantes. À l'inverse, si les écarts entre les données réelles et le modèle sont trop grands, on devra admettre qu'il existe bel et bien une relation.

Décomposer les variables : âge et capacité de vote

La variable *âge* est simple à mesurer : c'est une donnée objective. On peut même regrouper les âges en catégories pour les rendre exploitables statistiquement (par exemple : 16-17 ans, 18-24 ans, 25 ans et plus). Cette partie est donc facile à gérer.

En revanche, le vrai défi réside dans la définition et la mesure de la *capacité de vote*. Comment quantifier cette notion ?

Voici quelques pistes :

1. **Connaissance politique** : On pourrait concevoir un test simple pour évaluer si une personne comprend les institutions, les enjeux ou le processus électoral.

2. **Intérêt pour la politique** : Un sondage pourrait mesurer si les individus suivent l'actualité ou discutent régulièrement de politique.
3. **Engagement civique** : On pourrait interroger les individus sur leur participation à des activités communautaires ou associatives.
4. **Raisonnement critique** : À travers une entrevue, on pourrait évaluer la capacité d'une personne à prendre des décisions informées.

Avec des questions bien formulées, ces aspects pourraient fournir un *score global de la capacité de vote*. Ce score pourrait ensuite être classé en catégories pour construire un tableau de contingence, croisant les groupes d'âge et les niveaux de capacité de vote.

Statistiquement, c'est possible...

Avec ces indicateurs, il devient tout à fait possible de mesurer statistiquement s'il existe une relation entre l'âge et la capacité de vote à l'aide d'un test du Khi-Deux. La méthode mathématique pourrait alors répondre à la question initiale : l'âge influence-t-il la capacité de vote ?

... mais philosophiquement, ça ne suffit pas

Cependant, même si un test statistique démontre une relation entre âge et capacité de vote, cela ne répond pas entièrement à la question philosophique : les jeunes de 16-17 ans devraient-ils avoir le droit de voter ? Cette question demeure normative et exige une réflexion qui dépasse les faits statistiques.

Voici quelques éléments à considérer dans ce débat :

- Le droit de vote repose-t-il uniquement sur la capacité ? D'autres principes, comme l'inclusion démocratique, sont-ils tout aussi fondamentaux ?
- Peut-on vraiment objectiver la notion de "capacité de vote" ou reste-t-elle inévitablement arbitraire ?

- Devrait-on privilégier l'égalité d'accès (tous ont le droit de voter à un âge donné) ou la compétence (seules les personnes jugées aptes peuvent voter) pour définir les critères ?

Ainsi, même si les statistiques apportent des faits et éclairent la réflexion, elles ne suffisent pas à elles-seules à trancher des questions éthiques et politiques.

Une pluralité de lunettes

Les statistiques sont un outil parmi d'autres pour analyser les phénomènes. Je dis souvent à mes étudiants que nos outils mathématiques sont comme des lunettes : ils permettent de voir le monde sous un certain angle. Cependant, certains sujets, comme celui de l'âge légal pour voter, exigent de regarder la réalité avec plusieurs lunettes à la fois. Ici, la lunette mathématique éclaire certains aspects, mais il faut aussi adopter des perspectives philosophiques, sociologiques et politiques pour enrichir la réflexion.

Conclusion

Malgré l'impasse dans le projet initial visant à trancher la question à l'aide d'un test statistique, je reste heureux de cette question soulevée par une étudiante et ses collègues. Ils ont fait preuve d'une belle curiosité et d'un sens de l'interdisciplinarité inspirant. Ce type de réflexion montre que l'éducation, lorsqu'elle est bien menée, a encore le pouvoir de donner du sens et d'ouvrir des horizons.



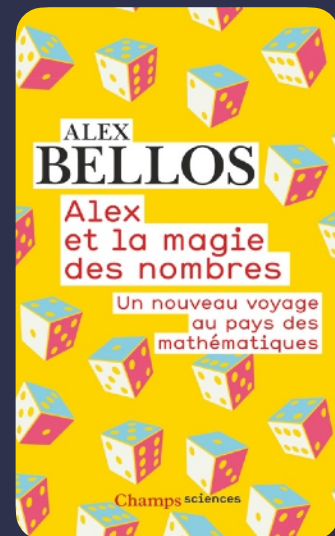
SUGGESTIONS POUR LES PLUS CURIEUX

À LIRE ET À ÉCOUTER

Lors de chaque parution, je suggère un livre mathématique digne d'intérêt ainsi qu'un podcast ou une vidéo qui m'a particulièrement plu. Si vous avez des suggestions, n'hésitez surtout pas et faites-en part à maxime.savary@clafleche.qc.ca

ALEX AU PAYS DES CHIFFRES ET ALEX ET LA MAGIE DES NOMBRES D'ALEX BELLOS

Incapable de me décider entre les deux œuvres majeures d'Alex Bellos, j'ai choisi de vous les recommander toutes les deux. L'auteur, originaire d'Angleterre, est diplômé en mathématiques d'Oxford et conservateur en résidence au musée des Sciences de Londres. Ses ouvrages sont structurés de manière similaire : de courts chapitres explorant chacun un sujet précis.



À prime abord, les titres semblent tout droit sortis d'une collection pour enfants. Détrompez-vous, il s'agit bien d'ouvrages de vulgarisation de niveau collégial et universitaire. Ces livres sont toutefois très accessibles, bien qu'il soit généralement admis que **Alex au pays des chiffres** convient mieux aux débutants grâce à ses sujets légèrement plus simples. De son côté, **Alex et la magie des nombres** aborde des thèmes plus complexes, mais le style d'écriture de Bellos permet de naviguer facilement à travers une multitude de sujets mathématiques.

Parmi les thèmes abordés dans ces deux ouvrages, on trouve l'origine des nombres, les perceptions associées aux nombres (existe-t-il des nombres nobles, chanceux ou agressifs ?), la loi de Benford (qui fera l'objet d'un article dans une prochaine édition), le nombre π , le nombre e , le nombre 0, les nombres imaginaires, l'histoire du calcul différentiel et intégral, et bien d'autres.

Alex Bellos utilise un style d'écriture vivant et accessible, ponctué d'humour et d'exemples concrets. Son objectif est de démystifier les mathématiques et de montrer leur côté ludique et fascinant. Il fait appel à des analogies et des histoires captivantes pour rendre les concepts mathématiques plus compréhensibles et intéressants. Les deux ouvrages sont précisément de ceux que l'on laisse sur la table de chevet et dans lesquels on plonge le temps d'un chapitre.



PODCAST MORE OR LESS (ANGLAIS SEULEMENT)

More or Less est un podcast hebdomadaire produit par la BBC et animé par Tim Harford, économiste et auteur de plusieurs livres, dont *The Data Detective*.

Diffusé sur BBC Radio 4, ce podcast vise à démystifier les statistiques et les nombres qui

influencent notre perception du monde. L'objectif de **More or Less** est de rendre claires et compréhensibles les données souvent complexes et parfois trompeuses que nous rencontrons dans les médias, les politiques publiques et autres domaines.

Chaque épisode se concentre sur des statistiques spécifiques, des études de cas et des exemples concrets pour montrer comment les nombres peuvent être interprétés, mal interprétés ou manipulés. Tim Harford et son équipe abordent une variété de sujets, allant de la santé publique aux finances, en passant par les sciences sociales et les politiques gouvernementales.

En plus de vous faire profiter d'un bel accent *british*, ce podcast est conçu de manière accessible, ludique et informative. Harford utilise un style engageant et parfois humoristique pour rendre les concepts statistiques accessibles à un large public. Il invite également des experts pour apporter des éclairages supplémentaires sur les sujets abordés.

Mark Twain, l'auteur des *Aventures de Tom Sawyer*, disait qu'il existe trois types de mensonges : les mensonges, les sacrés mensonges et... les statistiques ! Écouter ce podcast pourrait vous inciter à lui donner raison. Cependant, il s'agit surtout de l'ignorance du public en matière de statistiques qui permet à certains de dire n'importe quoi.

En écoutant ce podcast, vous serez mieux armés pour comprendre et analyser les nombres avec discernement.

LE DÉFI

RACCOURCI VERS LE SOMMET

Lors de chaque parution, un défi est proposé. Il nécessitera parfois des connaissances que vous devriez normalement avoir acquises dans l'un ou l'autre de vos cours de mathématiques du collégial.

Pour celui-ci, toutefois, c'est davantage votre perspicacité qui est sollicitée.

Pour bien commencer la nouvelle année, voici un défi stimulant, inspiré d'une lecture récente et particulièrement enrichissante (*L'Art du raccourci* de Marcus du Sautoy, 2023). Bonne chance !

L'ÉNIGME DE L'ESCALIER

Imaginez que votre maison est équipée d'un escalier comportant **dix marches**. Vous pouvez les monter soit une à une, soit deux par deux.

Par exemple :

- Vous pourriez atteindre le sommet en dix pas, en montant chaque marche une par une.
- Ou en seulement cinq pas, en les montant toutes deux par deux.
- Ou encore en combinant ces deux options de manière variée.

La question est la suivante :

combien de façons différentes existe-t-il pour arriver en haut ?

Vous pourriez tenter de répondre en listant toutes les possibilités une par une, montant et descendant les marches pour vérifier vos combinaisons. Mais, comme le titre du livre d'où est issu ce défi le suggère, il existe une méthode beaucoup plus rapide et élégante !

Un petit conseil (de prof) pour vous guider

Lorsqu'un problème semble complexe, il peut être utile de commencer par une version simplifiée. Pourquoi ne pas essayer avec quelques escaliers plus courts pour observer les tendances et trouver un raccourci ?

Vous trouverez la solution en vous rendant au

<https://maxime.craft.me/defi02>

ou en utilisant le code QR suivant :

